

Mancebo Piqueras, J. A. y Sanz Pérez, E., 2008. La hidráulica kárstica como aplicación de la hidrodinámica general. Estudio del flujo en un terreno yesífero fisurado. *Boletín Geológico y Minero*, 119 (1): 63-70
ISSN: 0366-0176

La hidráulica kárstica como aplicación de la hidrodinámica general. Estudio del flujo en un terreno yesífero fisurado

J. A. Mancebo Piqueras⁽¹⁾ y E. Sanz Pérez⁽²⁾

(1) Dep. Mecánica Industrial, E.U.I.T.I., Universidad Politécnica de Madrid, España.
E-mail: ja.mancebo@upm.es,

(2) Dep. Ingeniería del Terreno, E.T.S.I.C.C.P., Universidad Politécnica de Madrid, España.
E-mail: esanz@caminos.upm.es

RESUMEN

Se pretende plantear y desarrollar algunas de las leyes clásicas de hidrodinámica introduciendo las características que permiten su aplicación al flujo subterráneo en general y a la hidráulica kárstica en particular. Se estudia la consideración de si el movimiento del agua subterránea en el karst se puede definir como flujo a través de conductos individuales o como un medio continuo con huecos saturados en una matriz sólida. Los trabajos de Hagen (1839) y Poiseuille (1846), junto con los de Darcy (1856) configuran la referencia básica para este estudio (in Crespo, 2006). A ellos puede añadirse también las aportaciones de Couette y Chezy (Rouse, 1951) para flujo libre sobre superficies rocosas. Se presentan varios casos en los que las leyes del movimiento laminar unidireccional ofrecen soluciones que pueden ser válidas para la definición de los parámetros fundamentales del flujo del agua en el subsuelo.

Palabras clave: flujo laminar, hidráulica, karst, matriz sólida, unidireccional

Karst hydraulic as a general hydrodynamic application. Study of the flow in a fissurated gypsum soil

ABSTRACT

The aim of this article is to raise and develop some of the classical laws of hydraulics, introducing features that allow its application to subsurface flow in general and particularly to karst hydrology. Whether the movement of groundwater in karst can be defined as flow through individual channels or whether it can be considered as a continuous medium with saturated holes in a solid matrix is pondered over. The work of Hagen (1839) and Poiseuille (1846), along with Darcy (1856) form the basic reference for this study (in Crespo, 2006). Contributions from Couette and Chezy (Rouse, 1951) on free flow over rock surfaces have been studied as well. There are several cases in which the laws of unidirectional laminar motion offer solutions that can be effective for defining the basic parameters of the flow of water in the subsoil.

Key words: Hydraulic, karst, laminar flow, solid matrix, unidirectional

Introducción

Como primera tarea se definen algunos casos de flujo subterráneo desde un punto de vista teórico. Para ello se utilizará como base de partida las ecuaciones básicas en forma diferencial o integral y a continuación se obtendrá la ley de distribución de velocidad. Esta ley de velocidad permitirá deducir el resto de parámetros. El análisis pretende también complementar la formulación disponible y ayudar en la definición de algunas expresiones contenidas en las fuentes que se mencionan al final de este trabajo. Se intenta así plantear una vía teórica sencilla de estudio que per-

mita analizar casos particulares de flujo subterráneo más allá de los casos que aquí se presentan. Como objetivo último se aplica el estudio a un caso real en el que el agua subterránea sale a la superficie a través de las fisuras que afloran en algunos escarpes yesíferos karstificados.

Hipótesis y ecuaciones básicas

Las rocas compactas fisuradas pueden considerarse como un medio poroso natural, que será además homogéneo si en cualquier punto la resistencia al

movimiento del fluido es la misma. Dada la irregularidad de los medios porosos es preciso introducir el concepto de escala de homogeneidad. Atendiendo a este criterio, un aluvión con granos de 1 mm de diámetro, aproximadamente, será homogéneo a las escalas del dm; un macizo rocoso, yesífero por ejemplo, solo podrá ser considerado como homogéneo para dimensiones de dominio de 100 veces la mayor dimensión de los bloques.

El movimiento del agua a través de los conductos y espacios intergranulares del terreno está inducido por una variación de potencial hidráulico

$$\left(z + \frac{p}{\gamma} \right)$$

expresando este potencial en términos de energía por unidad de peso de fluido, en relación a la longitud en la que se produce, es decir, existe un gradiente de potencial (J), ecuación (2), o de cota piezométrica, que origina el movimiento del agua. Si la presión es constante, entonces el movimiento está inducido solamente por la variación de posición (fig. 1).

El planteamiento de los estudios de Hagen-Poiseuille y Couette precisa de algunas hipótesis:

- Los efectos de la viscosidad predominan y ordenan el desarrollo del flujo
- Las trayectorias son rectas y paralelas a las paredes de los conductos
- Un aumento del número de Reynolds (Re) sobre un determinado límite, desestabiliza el régimen que pasa a ser turbulento

Las ecuaciones básicas aplicables a un flujo unidireccional son:

- Continuidad, con movimiento en dirección x:

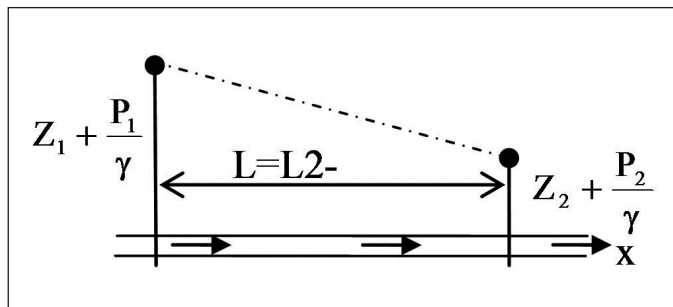


Fig. 1. Variación de energía potencial entre dos puntos de un conducto
Fig. 1. Potential energy variation between two points of a conduit

$$\vec{V} = u \cdot \vec{i} + v \cdot \vec{j} + w \cdot \vec{k}$$

donde v=w=0

$$\vec{V} = u \cdot \vec{i} = f(y, z, t)$$

definición euleriana de la velocidad en función de la posición (y,z) y del tiempo (t)

Además para el fluido incompresible, como la velocidad no depende de (x) tendremos

$$\text{div} \vec{V} = \frac{\partial u}{\partial x} = 0 \tag{1}$$

- Conservación de cantidad de movimiento (ec. de Navier). Solamente es necesario plantear el equilibrio de fuerzas en dirección (x)

$$\frac{1}{g} \cdot \frac{\partial u}{\partial t} = J + \frac{\mu}{\gamma} \left(\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) \tag{2}$$

- Conservación de la energía (teorema de Bernoulli): para una línea de corriente:

$$z + \frac{p}{\gamma} + \frac{v^2}{2g} = \text{Cte} \tag{3}$$

donde el término de velocidad puede ser despreciable por su irrelevante valor, salvo cuando se trate de flujo en terrenos fracturados, frecuentes en karst, en los que la velocidad y los efectos cinéticos derivados son importantes.

Flujo bidimensional sobre una superficie fija. Modelo de corriente de Couette

El movimiento se produce por arrastre de una placa en superficie con velocidad (V₀) sin variación de potencial. Podría ayudar a definir algunos casos de flujo en lámina libre sobre superficies rocosas a través de estratos horizontales con pendiente suave (fig. 2).

En este caso la ecuación de Navier queda reducida a la siguiente expresión

$$\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0$$

integrando la anterior ecuación con las condiciones de contorno: para y = 0, u = 0, además para y = h, u = V₀, queda la velocidad definida por la siguiente ley lineal para la velocidad

$$u(y) = \frac{V_0}{h} y \tag{4}$$

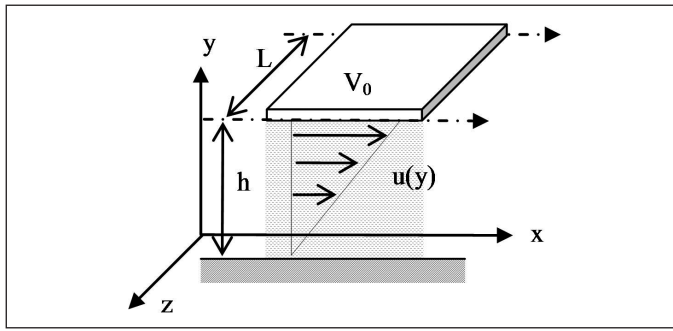


Fig. 2. Corriente de fluido inducida por el movimiento de una placa con velocidad V_0
 Fig. 2. Fluid flow induced by the movement of a slab with speed V_0

siendo la velocidad media $V = V_0/2$ y el caudal por unidad de ancho

$$q = \frac{Q}{L} = \int_0^h u(y) dy = \frac{V_0 h}{2} \quad (5)$$

Flujo bidimensional entre superficies sólidas. Modelo de corriente de Hagen-Poiseuille

El movimiento se mantiene gracias al gradiente de potencial. Es el caso que se verifica en fisuras planas o donde predominan las dimensiones (x,z) sobre (y) y podría aplicarse en algunas corrientes subterráneas a través de fisuras de escasa dimensión en las que existe un nivel freático mayor aguas arriba y un gradiente hidráulico apreciable en el recorrido del fluido (Fig. 3).

Operando de manera similar al caso anterior, por conservación de cantidad de movimiento:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = -\gamma \cdot \frac{J}{\mu}$$

Integrando obtenemos los parámetros principales del flujo

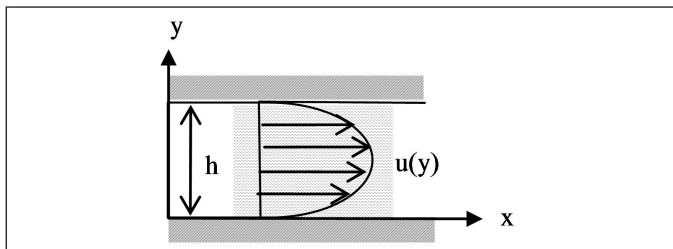


Fig. 3. Corriente entre dos superficies sólidas inducido por gradiente de cota piezométrica
 Fig. 3. Flow between two solid surfaces induced by piezometric gradient

Velocidad

$$u(y) = \frac{\gamma J}{2\mu} (yh - y^2) \quad (6)$$

Caudal por unidad de ancho

$$q = \int_0^h u(y) \cdot dy = \frac{\gamma J h^3}{12\mu} \quad (7)$$

Velocidad media

$$V = \frac{\gamma J h^2}{12\mu} = \frac{(\rho_1 - \rho_2) h^2}{12\mu L} \quad (8)$$

Por último despejando de la ec.(8) el gradiente de potencial (pérdida de carga por unidad de longitud)

$$J = \frac{12\mu V}{\gamma h^2} = \frac{24}{R_e} \frac{V^2}{2gh} \quad (9)$$

Modelo de corriente de Hagen-Poiseuille-Couette

Resulta de la combinación de los dos efectos anteriores, existe gradiente de potencial y velocidad inducida en superficie, y se podría asimilar a determinados casos de sifonamiento del terreno en los que el flujo es acompañado por el terreno y existe además un gradiente hidráulico apreciable (Fig.4).

Quedando las leyes de velocidad y caudal:

$$u(y) = \frac{\gamma J}{2\mu} (hy - y^2) + \frac{V_0}{h} y \quad (10)$$

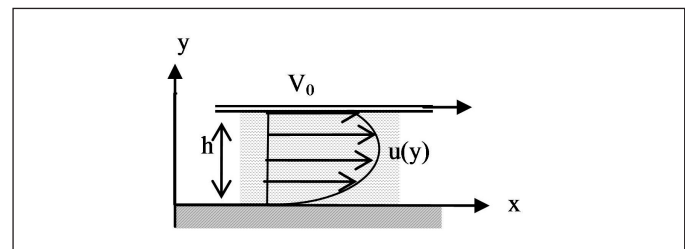


Fig. 4. Combinación flujo inducido por movimiento en superficie y variación de presión
 Fig. 4. Induced flow due to the combination of surface movement and pressure variation

Mancebo Piqueras, J. A. y Sanz Pérez, E., 2008. La hidráulica kárstica como aplicación... *Boletín Geológico y Minero*, 119 (1): 63-70

$$q = \frac{\gamma^j}{12} h^3 + \frac{V_0}{2} h \tag{11}$$

Modelo de flujo a través de conductos axilimétricos (canales kársticos)

Es el caso asimilable al desarrollo de un karst con fisuras en forma de conductos en los que la dimensión (x) es la más importante, y cuyo modelo de sección aproximadamente circular puede ser válido para definir el flujo laminar en algunos conductos de disolución subterráneos longitudinales (Fig.5).

La ecuación que define este movimiento en forma local es la siguiente (expresando el laplaciano de la velocidad (Δu) en coordenadas cilíndricas):

$$J = \frac{\mu}{\gamma} \cdot \left(\frac{d^2 u}{dr^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{du}{dr} \right)$$

La resolución de la anterior ecuación ofrece la distribución de velocidad en función del radio (r)

$$u(r) = \frac{p_1 - p_2}{4L\mu} (R^2 - r^2) = \frac{\gamma^j}{4\mu} (R^2 - r^2) \tag{12}$$

Caudal

$$Q = \frac{p_1 - p_2}{8L\mu} \pi R^4 = \frac{\gamma^j}{8\mu} \pi R^4 \tag{13}$$

Velocidad media

$$V = \frac{\gamma^j R^2}{8\mu} \tag{14}$$

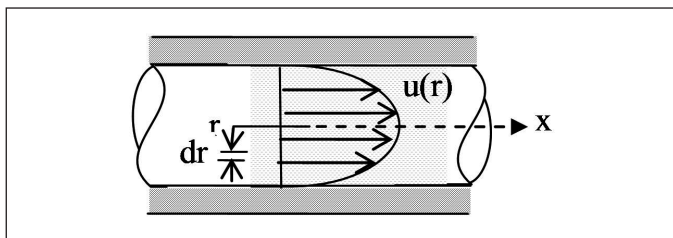


Fig. 5. Movimiento axilimétrico en un conducto con gradiente de presión
 Fig. 5. Axial symmetrical movement in a conduit with a pressure gradient

Variación de potencial por unidad de longitud o pérdida de carga por unidad de longitud:

$$J = \frac{32\nu V}{gD^2} = \frac{64}{R_e} \frac{V^2}{2gD} \tag{15}$$

Si el régimen deja de ser laminar, según el criterio del número de Reynolds (Re) que veremos después, la expresión anterior queda

$$J = f(R_e, \epsilon) \frac{V^2}{2g \cdot D}$$

La anterior expresión es la fórmula de Darcy-Weisbach, donde

$$f(R_e, \epsilon)$$

es una función de R_e y de la rugosidad relativa de las paredes del conducto:

$$\epsilon = \frac{R_a}{D}$$

(donde R_a es la rugosidad absoluta y D el diámetro del conducto), dada por la fórmula de Colebrook y también por el diagrama de Moody.

Modelo de flujo de la Ley de Darcy

En un medio poroso natural, confinado en el interior de un conducto de longitud L que une dos depósitos (Fig.6), uno con la superficie libre a mayor altura que el otro, se establece un flujo entre ambos definido por la velocidad media, que es, según Darcy (1856):

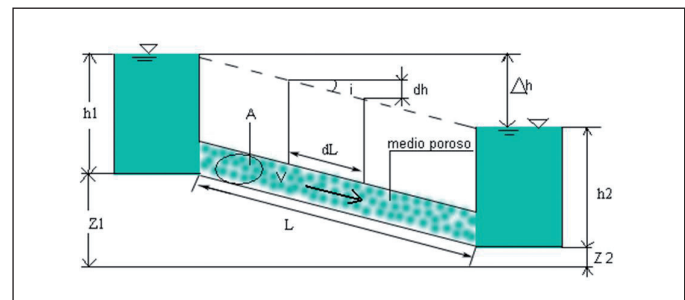


Fig. 6. Experimento de Darcy. Variación del potencial en el flujo en un medio poroso
 Fig. 6. Darcy's experiment. Potential variation of the flow through a porous medium

Mancebo Piqueras, J. A. y Sanz Pérez, E., 2008. La hidráulica kárstica como aplicación... *Boletín Geológico y Minero*, 119 (1): 63-70

$$V = K \frac{\Delta h}{L} = Ki = -K \frac{dh}{dl} \quad (16)$$

siendo

V: velocidad media (velocidad de Darcy)

i : gradiente hidráulico

K: conductividad hidráulica o permeabilidad, que es función de las características del medio poroso y del fluido (viscosidad y peso específico)

Por tanto el caudal que atraviesa la superficie transversal (A) será

$$Q = V \cdot A = K \cdot A \cdot i$$

La ley de Darcy basa su validez en una consideración macroscópica del medio poroso, considerando, además, que solo actúan las fuerzas viscosas siendo las inerciales prácticamente nulas. Esta ley no tiene en cuenta las características y el comportamiento del flujo en cada poro, y deja de ser válida cuando las fuerzas inerciales son importantes, es decir, cuando el número de Reynolds es elevado, aun cuando el régimen de flujo siga siendo laminar.

El tipo de régimen puede definirse por el parámetro adimensional de Reynolds:

$$R_e = \frac{\rho VL}{\mu} = \frac{V \cdot L}{\vartheta}$$

Siendo

V: velocidad del flujo (velocidad de Darcy)

L: longitud característica. Diámetro medio de las partículas sólidas (d_{50}) o ($2e$) en caso de terrenos fisurados, siendo (e) el ancho de la fisura

μ : viscosidad dinámica del fluido. Para el agua es aproximadamente:

$$\mu = 0,0012 \text{ kg/m.s} = 1,2 \text{ cP (centipoise)}$$

ϑ : viscosidad cinemática. Para el agua es

$$\nu = 1,2 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s} = 1,2 \text{ cSt (centistoke)}$$

La ley de Darcy es válida si R_e está comprendido entre 1 y 10, y en general debe tomarse $R_e < 4 - 5$. Sin embargo, si consideramos la velocidad real (V_r), es siempre superior a la velocidad de Darcy, dada la heterogeneidad del medio. Como la relación entre ambas velocidades es la porosidad eficaz (m_e), tendremos

$$V_r = \frac{V}{n_e}$$

Siendo n_e la porosidad eficaz.

Así, una porosidad elevada, por ejemplo 20 %, dará lugar a una velocidad real cinco veces superior a la de Darcy, pero si la porosidad desciende al 5 %, la velocidad real es veinte veces superior. En esta proporción aumenta también el número de Reynolds obtenido con la velocidad real, por lo que si se optase por este parámetro para clasificar el tipo de régimen, los límites varían enormemente aumentando hasta valores alrededor de 100-200. Además si se trata de circulación por conductos kársticos de escala milimétrica o centimétrica, el número de Reynolds frontera para que un régimen de flujo deje de ser laminar se sitúa en 2300 y para régimen turbulento completamente desarrollado en el rango de 6000-10000.

$$R_{er} = \frac{\rho V_r L}{\mu} = \frac{V_r \cdot L}{\vartheta}$$

La velocidad real (V_r) anterior es en realidad una velocidad lineal media, puesto que se ha considerado que el agua sigue trayectorias rectilíneas, cuando no es así. Las partículas fluidas se mueven casi siempre siguiendo trayectorias tridimensionales variables con el tiempo, pero sobre todo con el espacio, bordeando el contorno de las partículas sólidas, atravesando las angosturas que conectan los poros, variando también su módulo, lo que daría lugar a un coeficiente que tuviese en cuenta las singularidades de paso tanto en el terreno poroso, como en las fisuras de un terreno fracturado karstificado.

La conductividad hidráulica, cuyas unidades son las de una velocidad, representa la velocidad de flujo a través de un terreno de área unidad, provocada por un gradiente hidráulico unidad. Sin embargo, K depende también de las características del fluido, según la relación

$$K = \frac{K_0 \gamma}{\mu}$$

donde

K: conductividad hidráulica o permeabilidad de Darcy

K_0 : permeabilidad intrínseca. Depende solo del material del medio poroso

γ : peso específico del fluido

μ : viscosidad dinámica del fluido

El orden de magnitud de K resulta extremadamente amplio y oscila, entre 103 m/día en gravas limpias, hasta 10^{-5} m/día en arcillas no meteorizadas, según

Mancebo Piqueras, J. A. y Sanz Pérez, E., 2008. La hidráulica kárstica como aplicación... *Boletín Geológico y Minero*, 119 (1): 63-70

datos de Casagrande. Alejados de estos extremos, es significativo que la conductividad hidráulica de una arena limpia ($K = 1$ m/día) es 10.000 veces mayor que la de una mezcla de arena, limo y arcilla ($K = 0,0001$ m/día).

La permeabilidad intrínseca, K_0 , tiene unidades de L^2 , expresándose en cm^2 o en m^2 , y también en darcys ($1 \text{ darcy} \approx 10^{-8} \text{ cm}^2$).

Flujos subterráneos a los que no es aplicable la Ley de Darcy

Como hemos observado antes si $R_e > 4-5$ la ley de Darcy deja de cumplirse, aunque el régimen siga siendo laminar. En estos casos podrían, sin embargo, aplicarse los modelos estudiados. Si el régimen es turbulento completamente desarrollado, el gradiente hidráulico es:

$$i = bV^2$$

Por tanto la velocidad es

$$V = \frac{1}{\sqrt{b}} \sqrt{i}$$

Esta forma de expresar el gradiente hidráulico permite definir una permeabilidad turbulenta

$$K' = \frac{1}{\sqrt{b}}$$

que solo depende de las propiedades del medio poroso, de manera similar a la fórmula de Chezy utilizada en corrientes libres, según la cual:

$$V = X \cdot \sqrt{R_h \cdot i_m}$$

donde $\chi = f$ (material, radio hidráulico) es el coeficiente de Chezy. Bazin ofrece la siguiente expresión para el cálculo de χ :

$$X = \frac{87}{1 + \frac{m}{\sqrt{R_h}}}$$

m = coeficiente que depende del material que limita la corriente. Para rocas $m = 1,8$

R_h = radio hidráulico (L),

$$R_h = \frac{\text{área transversal del flujo}}{\text{perímetro sólido bañado por la corriente}}$$

i_m = pendiente motriz: gradiente hidráulico

Por tanto en estos flujos habría que estudiar la viabilidad de aplicación de los modelos anteriores (Couette, Hagen-Poiseuille, etc) aun cuando el régimen abandone las condiciones de flujo laminar.

Movimiento del agua en medios fisurados

Aunque las rocas son localmente impermeables, al igual que los terrenos muy cementados, en ellas existen fracturas, planos de contacto entre estratos, etc, que dan lugar a fisuras y diaclasas, que en algunas zonas progresan a velocidad notable debido a procesos de karstificación. Cuando las fisuras forman una red suficientemente densa, el conjunto rocoso, aun siendo anisótropo, puede comportarse a escala macroscópica como un medio poroso homogéneo. En este contexto, el régimen es laminar, en general, si las fisuras tienen una anchura pequeña (inferior a 1 mm).

Si asumimos las fisuras como espacios entre planos sólidos paralelos, en ellas se desarrolla un flujo unidireccional bidimensional inducido por la existencia de un gradiente hidráulico (variación de cota piezométrica por unidad de longitud). Si este régimen es laminar y como las fuerzas de inercia son despreciables, partiendo de las ecuaciones de conservación de Navier-Stokes, según se expuso anteriormente, la velocidad se distribuye de forma parabólica siendo nula en el contacto con las paredes sólidas y máxima en el plano equidistante central, y puede definirse su ley de distribución según la expresión de Hagen-Poiseuille expuesta anteriormente, etc. (10)

$$v(y) = \frac{\gamma i}{12\mu} (yd - y^2)$$

siendo d el ancho de la fisura, y por tanto la velocidad media (V) y el caudal por unidad de longitud de fisura (q) quedan:

$$V = \frac{\gamma d^2}{12\mu} i \quad ; \quad q = \frac{\gamma d^3}{12\mu} i$$

En este caso, la permeabilidad (K) en el plano de la fisura y la permeabilidad intrínseca pueden definirse como:

$$K = \frac{\gamma d^2}{12\mu} \quad ; \quad K_0 = \frac{d^2}{12}$$

Mancebo Piqueras, J. A. y Sanz Pérez, E., 2008. La hidráulica kárstica como aplicación... *Boletín Geológico y Minero*, 119 (1): 63-70

Aplicación del modelo de corriente de Hagen-Poiseuille a un caso de flujo intersticial por una fisura

Un ejemplo de este tipo de flujo es el que se produce en los afloramientos del frente rocoso de algunos escarpes yesíferos a lo largo de amplios tramos del valle medio del río Jarama (Madrid).

En el ejemplo que nos ocupa (Fig. 7), se tiene una pared rocosa de yesos tableados (Fotos 1 y 2) entre los que se han formado algunas fisuras, entre ellas una fisura de 0,45 mm de espesor medio y 60 m de longitud por la que se establece un flujo inducido por una diferencia de potencial hidráulico de 5 m.

El caudal descargado unitario, con hipótesis de viscosidad dominante será:

$$q = \frac{\gamma d^3}{12\mu} \cdot i = \frac{9810 \cdot 0,00045^3}{12 \cdot 0,0012} \cdot \frac{5}{60} =$$

$$= 5,17 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3 / \text{sm} = 0,0052 \frac{\text{l}}{\text{s} \cdot \text{m}} = 0,31 \frac{\text{l}}{\text{min} \cdot \text{m}}$$

y el caudal total que pasa a través de la fisura:

$$Q = qL = 0,00517 \cdot 9 = 0,047 \text{ l/s} = 2,8 \text{ l/min}$$

La velocidad media es

$$V = \frac{q}{h} = \frac{1,04 \cdot 10^{-5}}{0,00045} = 0,015 \text{ m/s} = 1,15 \text{ cm/s}$$

Comprobamos la hipótesis de viscosidad dominante

$$R_e = \frac{\rho V d}{\mu} = \frac{10^3 \cdot 0,015 \cdot 2 \cdot 0,00045}{0,0012} = 8,6$$

$$R_e \frac{d}{l} = 8,6 \cdot \frac{0,00045}{60} = 6,5 \cdot 10^{-5} < 1$$

Puede observarse que la turbulencia no permite la aplicación de la ley de Darcy, por lo que se ha elegido un modelo de flujo lo más fiel posible a la realidad. La influencia de la longitud de la fisura es trascendental, ya que su incremento reduce la velocidad del agua y por tanto el caudal de drenaje al exterior.

Otras consideraciones en el estudio del flujo turbulento

En régimen de transición a turbulento, la velocidad puede expresarse como sigue (Custodio y Llamas, 1996; Sanz, 2004):

$$V = Ki + c\sqrt{i}$$

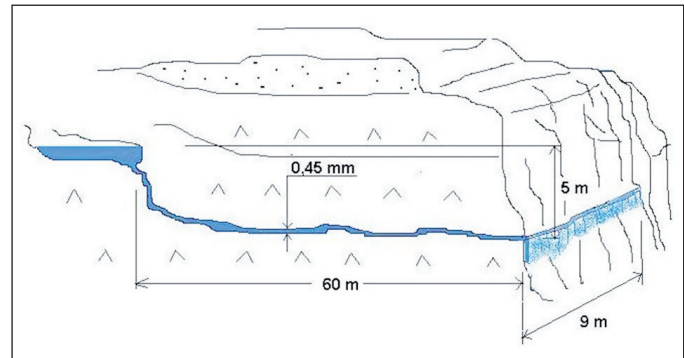


Fig. 7. Flujo a través de una fisura en un estrato rocoso
Fig. 7. Flow through a fissure in a stratified rock



Foto 1. Flujo a través de fisuras en roca yesífera. Frente de una cantera abandonada junto al río Jarama
Foto 1. Flow through fissures in gypsum rock. Abandoned quarry next to Jarama river



Foto 2. Drenaje a través de fisuras en escarpes yesíferos de la cubeta del Jarama
Foto 2. Drainage through fissures in gypsum cliffs in the Jarama basin

Mancebo Piqueras, J. A. y Sanz Pérez, E., 2008. La hidráulica kárstica como aplicación... *Boletín Geológico y Minero*, 119 (1): 63-70

donde

$$c = \frac{1}{\sqrt{b}}$$

Cuando el régimen es totalmente turbulento, se tiene

$$V = c\sqrt{i}$$

Al estar animado el flujo de una considerable agitación hidráulica, la distribución de la velocidad deja de ser parabólica, y prácticamente se convierte en uniforme, excepto en la película anexa a las paredes, capa límite, en la que es laminar, y ahí es donde se desarrolla casi todo el gradiente de velocidad y por tanto la disipación de energía.

En determinadas ocasiones, las fisuras se desarrollan rápidamente por disolución en terrenos karstificados, formándose conductos con circulación en régimen turbulento, tanto en régimen libre como forzado, pero siempre caracterizados por la turbulencia del movimiento. En estos casos el término de energía cinética, $V^2/2g$, no puede despreciarse. Cuando se trata de corrientes forzadas, la fórmula de Darcy-Weisbach puede ser apropiada para definir el gradiente hidráulico, mientras que en flujo libre es utilizable la fórmula de Chezy, pudiendo estudiarse los casos en que el régimen libre es crítico, subcrítico, etc. mediante el número de Froude (F^o), que relaciona las fuerzas inerciales con las gravitatorias:

$$F^o = \frac{V}{\sqrt{gh}}$$

Un flujo libre crítico es aquel en el que $F^o = 1$, necesitando una energía específica mínima para el transporte de un determinado caudal. Si $F^o > 1$, el régimen es supercrítico y en él la velocidad es elevada, disminuyendo la altura de lámina, es el caso de flujo sobre superficies poco rugosas con elevada pendiente. Si $F^o < 1$, el régimen se denomina subcrítico, y la altura de la lámina de la corriente fluida es considerablemente mayor, para ello es necesario que la pendiente del fondo sea escasa y la rugosidad acusada. En general los regímenes hidráulicos subterráneos son subcríticos, salvo cuando se desarrollan canales kársticos y el flujo se acelera pasando a supercrítico.

Conclusiones

El desarrollo de las ecuaciones básicas de mecánica de fluidos supone un recurso interesante y útil para la definición de numerosos casos de flujo subterráneo.

Su aplicación requiere un planteamiento de partida general que se particulariza con las condiciones de contorno convenientes para cada situación. El ámbito teórico de aplicación se ha completado con el estudio de un caso real en el que se ha trabajado últimamente, los afloramientos salinos por el drenaje del acuífero terciario de la plataforma situada entre los valles de los ríos Manzanares y Jarama (Formación Vallecas). En estos casos, el flujo intergranular y la disolución en la zona de contacto de estratos, de diferente material incluso, ha dado paso a corrientes cuya turbulencia excede del alcance de la ley de Darcy. Se supone que con el tiempo la red kárstica se desarrollará dando lugar a nuevos conductos que serán principalmente axilimétricos y corrientes entre superficies sólidas a través de fisuras. Los modelos expuestos constituyen por tanto una vía de estudio de determinados casos reales, si se admiten las diferencias existentes entre modelo y caso real. Estas divergencias son por tanto una dificultad a abordar de manera individual y su resolución definirá la bondad del modelo de flujo planteado.

Unidades y nomenclatura

A	superficie transversal a la corriente (m^2)
F^o	número de Froude (adimensional)
D, d	diámetro de conductos (m)
h	altura de lámina de fluido (mca)
Re	número de Reynolds (adimensional)
u	velocidad del flujo libre o forzado en dirección x (m/s)
V	velocidad media en una sección transversal al flujo (m/s)
γ	peso específico (N/m^3)
μ	viscosidad dinámica ($kg/m\ s$)
ν	viscosidad cinemática (m^2/s)
ρ	densidad (kg/m^3)
i	gradiente hidráulico (adimensional)
K	permeabilidad (m/s)
m_e	porosidad eficaz (adimensional)
p	presión (N/m^2)
g	aceleración de la gravedad (m/s^2)

Referencias

- Custodio, E. y Llamas, M.R. 1996. Hidrología Subterránea. Omega, Barcelona, 445-463 y 576-591.
- Crespo, A. 2006. Mecánica de Fluidos. Thomson. Madrid. 263-280.
- Rouse, H. 1951. Hidráulica. Dossat, Madrid, 138-200.
- Sanz, E. 2004. Hidráulica Subterránea Aplicada. Colegio Oficial de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos, Madrid, 45-66.

Recibido: diciembre 2007

Aceptado: abril 2008